7.4 MATERIAL DE INICIACIÓN AL CÁLCULO POSICIONAL

La posibilidad de pensar y representar los números con material concreto estructurado facilita la comprensión y empleo del sistema de numeración. No conviene olvidar que el aprendizaje de los números directamente sólo se realiza con los veinte primeros: el resto del aprendizaje numérico se realiza mediante el aprendizaje del sistema. (GÓMEZ, 1988, 58).

Ciertos *aparatos estructurales* han alcanzado escasa difusión, con independencia de su valor didáctico; es el caso del de TILLICH (1780-1848), FROEBEL (1782-1857), STERN (1953) -véase: ORTON, (1990)-. Otros, sin embargo, han logrado gran popularidad: las *Regletas de CUISENAIRE* (1934) -promocionadas por GATTEGNO (1963)-, los *Bloques Multibase* de DIENES (1961) y, en ciertos ambientes, el *Minicomputer* de PAPY (1970) y las *regletas con tapa* -véase: BRISSIAUD (1993)-. En España, no podemos dejar de citar las *Máquinas* de AIZPÛN, y la *calculadora posicional* de R. GARCIA SOLANO.

Importancia creciente tienen la familia de los *ábacos*, entre los que cabe destacar:

- el clásico *Ábaco Horizontal* de MONTESSORI (1870) -precursor, en la enseñanza occidental-,

- el multisecular *Sorobán* (*Ábaco chino-japonés*) y, por último,

- *TINKUNAKO* -Multiábaco Abierto Móvil de capacidad limitada-, que se propone en este trabajo.

7.4.1 CUALIDADES DIDÁCTICO-MATEMÁTICAS

En primer lugar, el material deberá reunir unas ciertas características, que lo hagan didácticamente adecuado. Podemos distinguir algunas de carácter general, comunes a todo el material pedagógico:

- Higiénico. Carecer de superficies angulosas o aristas cortantes y no ser tóxico.

- Facilidad de manipulación. Especialmente para los alumnos más jóvenes, debería cumplir:

• sus elementos, no ser demasiado pequeños (superiores a 1cm) ni excesivamente grandes (6-7cm), y ser fácilmente asibles;

• reducido espacio ambiental de manipulación -su configuración total, no debe superar el ámbito bimanual-;: Es en los límites de eso que hemos dado en llamar "espacio manual" que se aproxima más (el tacto) al sentido de la vista, pues en esos límites el ciego dispone de una percepción sintética relativamente precisa. (VILLEY, 1946, 137).

• sus distancias mínimas, superiores a 1cm;

• su manipulación, no exigir excesiva precisión.

En nuestro dominio -educación de alumnos ciegos-, este grupo de características tiene un particular relieve, ya que no puede ejercerse un control visual. Deben, por tanto, cuidarse otros aspectos, de adecuación a la exploración háptica:

• formas bien diferenciables por el tacto (inclúyase aquí: número reducido de formas distintas) (el criterio debe extenderse a las texturas, en caso de ser necesarias);

• densidad suficientemente alta -que permita un buen control cinestésico mediante aprovechamiento de la gravedad-;

• resistencia contra el riesgo de fractura o deformación -por caídas o golpes- y rozamientos -originados por la exploración háptica-;

• estabilidad -contra los desplazamientos involuntarios por movimientos bruscos y de exploración-,

• bajo nivel de exigencia de orientación espacial -con preferencia por las coordenadas ortogonales, siguiendo los ejes corporales antero-posterior y derecha-izquierda (referencia centrada en el *esquema corporal*);
• sencillez en las configuraciones resultantes; etc.

> Dado que el número y la variedad de las impresiones táctiles es naturalmente muy restringido, está claro que el ciego concede en sus representaciones la mayor importancia a las relaciones espaciales. Las relaciones de espacio excitan su interés en más alto grado que las otras y se fijan con más fuerza en su memoria. (VILLEY, 1946, 112).

En cualquier caso, conviene tener presente que, con un mismo material, y en un principio, el alumno ciego tendrá más dificultades de manipulación que el vidente. Obsérvese que decimos *manipulación*: no *representación interior*, ni *comprensión de reglas*. Le exigirá una mayor atención y meticulosidad exploratoria y de ejecución; un trabajo cognitivo, en suma, que no es requerido cuando existe concurso de la vista (MILLAR, 1997, 299). Después, la práctica puede llegar a equilibrar e incluso superar el déficit visual, reduciendo la tensión atencional y esfuerzo mnésico.

- Motivante. En la Sección 3.4 anticipábamos que el principal sujeto de estímulos motivacionales era la *situación* de enseñanza-aprendizaje de la que forma parte el material; no obstante, tampoco éste debe escapar a tal valor didáctico, incorporando -en la medida de lo posible- cualidades sensibles que lo hagan más apreciable por los alumnos. Es el caso del color y formas atrayentes, texturas y sonidos agradables, etc. Sin embargo, quedan supeditados a potencialidades de más elevada motivación, como son su capacidad de representación, de asignación de significados, operatividad, etc.; de utilidad didáctica, en suma.

- Coste reducido. Susceptible incluso de producción *casera*; o, mejor: fabricable por alumnos mayores, los propios alumnos con un mínimo de ayuda, etc.

- Transportable. Para facilitar su desplazamiento, entre la escuela y el domicilio, o entre diferentes emplazamientos en el aula. Junto con volumen y peso reducidos, hay que estimar la seguridad o *poca fragilidad*.

- Sencillo en sus reglas de funcionamiento o composición. Que hace conveniente su *autosuficiencia* de elementos y reglas respecto de otros referentes o situaciones significadas.

- *Multiuso*, o versátil: que permita presentar o plantear variedad de situaciones didácticas.

- Capacidad de evocación y representación mental (GÓMEZ, 1988, 164); o, en términos de FISCHBEIN (1987): corresponder a las características de procesamiento de la información propias de los humanos. Lo que implica que pueda ser fácilmente percibido (para nosotros, incluido en la *manipulabilidad* y *cualidades sensibles*), y ser representado -y operado- -en el plano imaginativo.

- Susceptible de ser empleado con un grupo numeroso de alumnos, prescindiendo habitualmente el profesor de la atención individualizada (entiéndase: cada alumno con su ejemplar, no un *ejemplar único* para *demostraciones*). En íntima relación con este aspecto:

- Con capacidad de ser descrito en términos verbales sencillos tanto sus elementos como situaciones generales. Lo que facilita la comunicación en el aula, definición de configuraciones y proyectos de solución, estrategias, etc. De suma importancia al trabajar con alumnos ciegos.

Ciertos aspectos, proporcionan seguridad al profesor:

- Suficientemente experimentado. Aunque las *experiencias* suelen comportar ingredientes situacionales y aun personales, difícilmente reproducibles.

- Contar con manuales actualizados (GÓMEZ, 1988, 164), que ofrezcan itinerarios didácticos sugerentes y ejemplos significativos.

- Adaptado e implantado en la educación especial de alumnos ciegos. Que no debe entenderse como *prevención ante las innovaciones*, sino como *certificado de garantía* que ahorre análisis previos de adecuación.

14 Uso análogo por alumnos con o sin deficiencia visual; en otras palabras: facilitador de la integración escolar del alumno ciego escolarizado en Centro ordinario. Es decir: sin merma didáctica respecto de otros materiales, a la par que esperanza de equiparación en nivel de destrezas exigibles al alumno ciego y al alumno vidente.

Algunas de estas características pueden desplegarse o concretarse, en cuanto material de uso didáctico en el aula de Matemáticas:

- Ayuda al proceso de matematización. Es decir: que favorezca el salto de lo físico, concreto y manipulable, a lo inteligible, general y abstracto. En estrecha relación:

- Suficientemente *neutro*, *informe* o *poco figurativo*, como para servir de soporte a las significaciones concretas que les pueda conferir la imaginación infantil o la información contextual. Puede plantear dilemas, en cierto sentido, respecto de la condición de *motivación sensible*.

Estaría comprendido en el *carácter generativo* que FISCHBEIN (1977) reclama para los *modelos intuitivos*: ser capaz de representar correctamente un número potencialmente ilimitado de situaciones diferentes con un número limitado de elementos y reglas.

- Capacidad de ejemplificación (o reificación). Que permita mostrar, mediante concretización en el material, conceptos y/o técnicas matemáticas.

- Valor probatorio. Que no sea sólo una herramienta para "hacer ver" sino, y esto es lo importante, una herramienta para "convencer" y "para hacer" comprender. (GÓMEZ, 1988, 164). En alguna forma, guarda relación con la *coherencia interna* y la *autonomía respecto del original* -referente- de FISCHBEIN (1977, 1987, resp.).

- Valor resolutorio: que sirva de ayuda -mediante sus reglas intrínsecas- a procesos de resolución de situaciones problemáticas. Hace falta que el modelo sea fiel al original sobre la base de un isomorfismo estructural entre ambos, para que la solución obtenida en los términos del modelo sea equivalente a una solución expresada en los términos del original. (FISCHBEIN, 1987); resumiendo: que admita una *buena traducción* de y a situaciones concretas. En términos más generales:

- Valor heurístico. Que posibilite, por tanto, la aplicación de métodos de ensayo, experimentación y analogías en procesos de descubrimiento (véase: FERNÁNDEZ, LLOPIS y DE PABLO, 1991, 117).

En nuestro ámbito específico de introducción al sistema de numeración y cálculo aritmético, aún podemos pedirle más:

- Facilitar el tránsito -traducción- a la escritura numérica posicional. En este sentido, tendrán especial importancia:

• la correspondencia entre *valor absoluto* y *valor relativo* de las respectivas representaciones para las *cifras*;

• la correspondencia entre órdenes de unidades y su significación relativa;

• en particular, la representación del *0*. El mayor escollo en el cálculo escrito, pesadilla del principiante: En una comprensión por parte del alumnado de los números como expresión de cantidades, el cero como símbolo de "nada" parece superfluo. Es decir, no se entiende propiamente como otro número hasta mucho mas adelante, en secundaria o en el bachillerato. Este hecho comporta muchas dificultades de comprensión y errores de cálculo o de apreciación durante toda la etapa. -Primaria- (ALSINA y OTROS, 1996, 90).

La facilidad de *traducción* entre los lenguajes simbólico-matemático y físico-manipulativo debe entenderse en ambas direcciones: del material a guarismos, y de guarismos al material. Sin limitarnos tampoco a la escritura en cifras: expresiones en lengua hablada, lenguaje de representaciones gráficas, incluso en otro material -y poder aplicar así el principio de *variabilidad perceptual* de DIENES-. De lo contrario, se generaría una disgregación en el sistema representativo y lingüístico del alumno, con la consiguiente debilitación de conceptos o técnicas.

Esta facilidad no debe restringirse a la representación numérica, sino que debiera extenderse a un valor comunicativo específico: observar paralelismos entre las acciones sobre el material y los términos verbales de acción (agregar, separar, reiterar, repartir).

- Versatilidad operacional. Es decir: que sea didácticamente útil en la introducción a las diferentes operaciones aritméticas (adición, sustracción, multiplicación, división).

- Capacidad operativa. Que permita efectuar/presentar cálculos con operandos de tamaño suficientemente grande, como para mostrar la diversidad de casos (mínimo: operandos de tres dígitos).

- Capacidad proyectiva. Que permita su empleo coherente -manteniendo reglas y vocabulario- en ámbitos distintos del de los números naturales en base 10:

• diversificación del dominio numérico (susceptible de ser empleado con números enteros, decimales, fraccionarios...);

• capacidad para trabajar en otras bases numéricas: *base 2*, *base 5*, etc.), que permita mostrar la convencionalidad del *sistema de numeración*.

Por último, no podemos olvidar un aspecto que, aunque puramente mecánico, hace que un material sea apreciado en algo más que *medio para la iniciación a las operaciones aritméticas*; en verdadero *instrumento de cálculo*, con vocación de *compañero inseparable* del alumno, de recurso inmediato o a través de su representación interior:

- Facilidad de ejecución/automatización calculatoria. Que subraya la importancia de la facilidad de manipulación, sencillez de elementos y reglas, correlatos lingüísticos, etc. No debe entenderse como una *cualidad resumen* del material: sería confundir la automatización del cálculo con su iniciación didáctica.

Cuando un material *satisface* todas las necesidades calculatorias de un alumno respecto de una operación o dominio numérico, aumenta su confianza en él, predisponiéndole para su continuidad de uso y acceso a otros campos operacionales de la Aritmética: *si funciona tan bien en la suma y la resta..., si la suma y la resta resultan tan fáciles con él..., ¡también resultará fácil lo que venga!...* Cuenta ahora con la ayuda segura de un amigo, que no le fallará ante las dificultades que pudieran presentarsele en nuevas aventuras.

Estos aspectos deseables o verdaderos criterios de evaluación para el material son, sin duda, discutibles: suponen una opción y orientación metodológica, no única.

Cuadro 7.4.1.- Idoneidad del material didáctico para la iniciación a la numeración posicional y cálculo aritmético con alumnos ciegos.

Características generales (comunes a todo el material pedagógico)

- físicas
  - higienicidad
  - facilidad de manipulación
    - dimensiones máximas (30'30cm)
    - distancias mínimas de 1,5cm
    - asibilidad
    - formas bien diferenciadas (y en número reducido)
    - sencillez de composición espacial
    - simplicidad en las configuraciones
    - resistencia a la fractura
    - estabilidad anti-desplazamientos
  - atractivos sensoriales
  - producción
    - comercial
      - bajo costo
      - costo elevado
    - doméstico-artesanal
    - con cooperación de los alumnos
  - transportabilidad
    - volumen
    - peso
    - fragilidad
- sencillez de funcionamiento/composición
- versatilidad didáctica
- comunicativas
  -representabilidad interior (sencillez representativa de las configuraciones)
  - empleo grupal
  - facilidad de reducción a términos verbales
- otros aspectos didáctico-metodológicos
  - contrastación experimental
  - actualización de manuales
- empleo en la educación de alumnos ciegos

Aplicabilidad didáctico-matemática

- Facilitador de la matematización
- Suficientemente "neutro" o "informe"
- Capacidad de ejemplificación
- Capacidad como soporte probatorio
- valor resolutorio
- Capacidad heurística

Aplicabilidad específica (respecto del cálculo aritmético)

- facilidad de "traducción"
  - respecto del "sistema de numeración"
    - correspondencia "valor absoluto" - "valor relativo" para las cifras
    - correspondencia entre "órdenes de unidades" y su significación relativa;
    - representación del "0"

    - del material a escritura decimal
    - del material a lengua hablada
    - del material a lenguaje gráfico-geométrico
    - de este material a otro

    - de escritura decimal al material
    - de lengua hablada al material
    - de lenguaje gráfico-geométrico al material
    - de otro material a éste
  - paralelismos entre las acciones sobre el material y los términos verbales de acción

- Aplicabilidad específica (respecto del cálculo aritmético)
  - - Versatilidad
    - - respecto de las operaciones aritméticas
      - - adición
      - - sustracción
      - - multiplicación
      - - división
    - - respecto del dominio numérico
      - - números naturales
      - - números enteros
      - - números decimales
      - - números fraccionarios
    - - respecto de la base de numeración
- Aplicabilidad específica (respecto del cálculo aritmético)
  - - Capacidad operativa (tamaño de las cantidades)
  - - facilidad de ejecución/automatización calculatoria
    - - facilidad de manipulación
    - - sencillez de funcionamiento/composición
    - - representabilidad interior
    - - Suficientemente "neutro" o "informe"
    - - Capacidad/facilidad de ejemplificación
    - - facilidad de "traducción" (respecto del "sistema de numeración")
      - - de escritura decimal al material
      - - del material a escritura decimal
    - - Versatilidad
      - - respecto de las operaciones aritméticas
      - - Capacidad operativa (tamaño de las cantidades)
      - - respecto del dominio numérico
- - Otras cualidades específicas del material

7.4.2 EN BUSCA DE "UN BUEN AMIGO"

Sirviéndonos del anterior análisis como *ficha de evaluación inicial*, podríamos proceder a una revisión de los materiales más frecuentes en la introducción al cálculo aritmético. Prescindiendo de un tan exhaustivo enfoque, pasemos revista somera a algunos de ellos.

A) REGLETAS CUISENAIRE - "NÛMEROS EN COLOR"

Colección de prismas cuadrangulares en madera, de sección 1cm. y longitudes entre 1cm y 10cm, variando centímetro a centímetro. Posteriormente a su creación (CUISENAIRE, 1934), fueron coloreados por tamaños según un código convencional (GATTEGNO, 1963), formato en el que se emplean en la actualidad bajo la denominación de *números en color*.

Tiene lugar una identificación longitud - color - número, fácil de aceptar y reconocer. Para GATTEGNO (1963, 103), su redescubridor, hay que *considerarlas como un modelo algebraico, más que como un aparato aritmético*, ya que puede prescindirse por completo de la referencia al número-longitud, gracias al color. Al mismo tiempo, se salva el paso de magnitudes discretas a continuas.

Gracias al método de *simple agrupación*, son empleadas para la iniciación a las operaciones aritméticas con números naturales. Sin embargo, poco aportan como material de introducción a la escritura simbólica decimal: sólo cantidades de dos cifras; aunque permiten la escritura en *base 2* (hasta 4 cifras) y *base 3* (hasta 3 cifras).

Si bien CUISENAIRE las ideó -según parece- para atender a las necesidades de alumnos ciegos, se ha diseñado una adaptación ulterior (SOTO IBORRA, y GÓMEZ ALFONSO, 1987) haciendo la sustitución color-textura y empleando elementos magnéticos -que las hacen más estables-; versión que ha sido experimentada, pero que ha alcanzado muy escasa difusión.

Es frecuente como material didáctico con alumnos que padecen algún tipo de déficit psicomotriz (SANCHEZ MARTINEZ, 1990); (FERNÁNDEZ, LLOPIS y DE PABLO, 1991).

Las *regletas con tapa* (BRISSIAUD, 1993), coinciden estructuralmente con las de CUISENAIRE: cuadrados de cartón de 2x2cm, marcados con un punto, y *regletas* planas, adición de *unidades*, entre 2 y 10; mediante *tapas*, pueden ocultarse 5 de estas unidades. Son un buen correlato de ciertas *colecciones de muestra* como son los dedos.

B) BLOQUES MULTIBASE

Se fundan en la agregación de volúmenes: *unidades*, *barras*, *placas*, *cubos*, etc.; confeccionados en madera o cualquier otro material, llevan marcadas las líneas divisorias correspondientes a las unidades, generando la sensación de *unidades múltiples* (potencias de la base). Teóricamente, y según la base de numeración, corresponden a elementos de 1x1x1cm, 1x1x10cm, 1x10x10cm, 10x10x10cm; o 1x1x1cm, 1x1x5cm, 1x5x5cm, 5x5x5cm, etc. Pueden así componerse/expresarse cantidades de hasta cuatro cifras; para órdenes mayores, sería preciso componer *barras de cubos*, *placas de cubos*, etc.

Existe completo correlato realidad física - matemática, tanto para los valores absolutos de cada orden numérico, como para los valores relativos. Los primeros, expresados en el número de elementos de cada tipo; el segundo, por el tipo mismo. No obstante, presentan dificultades en el caso de ausencia de un tipo determinado (valor 0). En especial, es de destacar la imagen que proporcionan del *tamaño* real de una cantidad.

La correspondencia posicional representación - escritura se logra mediante el convenio de ordenación de elementos de mayor a menor, de izquierda a derecha. Se hace patente el problema del *0*.

Es aplicable al dominio de los números naturales -enteros positivos-; complicando el material, mediante empleo de variedades en dos colores, se extendería a enteros, tanto positivos como negativos.

El ámbito de operaciones queda prácticamente restringido a la adición y sustracción. La multiplicación exige convenios de elevado contenido conceptual. Imposible trabajar con fracciones, decimales o enteras.

Si se presenta como material componible o adjuntable, unidad a unidad (cubos *unifix* o *policubos*), pueden armarse elementos para cálculos en diferentes bases; De lo contrario, sería necesario disponer de juegos de elementos para cada base.

No exige una psicomotricidad especial, ni orientación espacial superiores al simple reconocimiento de formas, agrupación, ordenación y ubicación en el espacio próximo. En principio, puede parecer que no sería preciso adaptarlo para su empleo por alumnos ciegos. Pero el tamaño de los elementos superiores a las *barras* resulta excesivo para su manejo exclusivamente háptico, sería preciso algún procedimiento para su fijación y estructuración espacial, resultando, en cualquier caso, configuraciones demasiado grandes.

Carecemos de referencias sobre si ha sido empleado sistemáticamente con alumnos ciegos, ya sea en la introducción de la escritura posicional, operaciones elementales o instrumento de cálculo.

C) "MINICOMPUTADORA" DE PAPY

Aparece a finales de los años 60. Su creación se debe a F. y G. Papy, del Centre Belge de Pedagogie de la Mathématique (Bruselas).

Consta de elementos-base constituídos por paneles cuadrados divididos en cuadrantes coloreados según las *regletas de Gattegno* (blanco, rosa, rojo, violeta), a los que se les asignan los valores *1*, *2*, *4* y *8*, correspondientes a los cuadrantes 4°,3°, 1° y 2°, respectivamente. Estos paneles se yuxtaponen en línea horizontal, para integrar la expresión de una cantidad. Como elementos móviles se emplean peones, que podrán ser de dos colores, cuando se trabajen los números negativos.

El valor absoluto en cada panel viene expresado por la posición de uno, dos o tres peones en cuadrantes distintos, conforme a la adición de valores. Es decir: corresponde a una expresión en base 2, que, a su vez, se refleja en forma espacial o de sencilla configuración de cuadrantes ocupados.

El valor relativo se corresponde físicamente con la posición del panel, de derecha a izquierda, creciendo en base 10; la regla de conversión o paso de un panel a otro sigue una sencilla regla aditiva o de dinámica psicomotriz. Consecuentemente, existe una correspondencia plena entre representación en el dispositivo y escritura decimal de la cantidad.

Permite trabajar con números enteros y decimales, tanto positivos como negativos; éstos últimos, merced a dos tipos de peones. Con él se introducen fácilmente las cuatro operaciones aritméticas, resultando incluso de utilidad en la práctica de la adición y sustracción.

Su formato es rígido, destinado al trabajo en base 10. No obstante, pueden imaginarse versiones para el trabajo en otras bases de numeración -desconocemos si se han realizado-.

Se efectuaron ensayos de adaptación al uso por alumnos ciegos. Pero no parecen haber tenido continuidad ni reflejo en la literatura.

D) "MÁQUINAS" DE A. AIZPÛN

Creadas por el Pr. Aizpún en el transcurso de los años 70, y difundidas desde la *Escuela de Formación del Profesorado María Díaz Jiménez* de Madrid (hoy, Facultad de Educación de la Universidad Complutense) y los *Programas de Formación y Actualización del Profesorado* de la Universidad Nacional de Educación a Distancia (U.N.E.D.).

Consta de cartones o paneles -realizables por el propio alumno-, que contienen los dibujos de huecos o casillas, que encierran los dígitos del *0* al *9*, con una cierta estructuración espacial -no determinante-; una indicación superior de *entrada*; el conjunto está rubricado por una flecha que dirige hacia la izquierda, con carácter indicador, de *orden*; o *mandato*. En caso de trabajar en otra *base de numeración distinta de 10*, se reduce el número de casillas, para recoger tan sólo a los dígitos empleables. Como unidades o elementos móviles se emplean monedas ordinarias. Se trata, pues, de una colección de *máquinas tragaperras*. Pueden incorporarse unas tarjetas o fichas de palancas, representativas de la operación a realizar.

Funciona, en efecto, como una *"máquina tragaperras"*, en la que se van introduciendo monedas por la abertura superior. Cada nueva moneda ocupa el primer lugar disponible. Si llegan a cubrirse todos, la *flecha* indica que: *deben recogerse las monedas del cartón*, y, formando una *torre*, ocupar el primer lugar vacío en el cartón de la izquierda; de no existir éste, se agrega en ese momento. La posibilidad de *derrumbamiento de la torre*, invita a sustituirla por una única moneda representativa.

Cada cartón o panel representará una cifra de la cantidad total. El *valor absoluto* señalado por las monedas o *torres* en un cartón se corresponde con el primer dígito al descubierto: *"es una máquina parlante"*. Queda representado en forma triple: número de monedas o *torres* en él contenidas, primer hueco o dígito descubierto, configuración espacial de las monedas -o de los huecos-. El *0* queda determinado como ausencia de monedas: primera casilla descubierta -propiamente, la correspondiente al *0*-:cartón en blanco o cartón vacío.

El *valor relativo* viene expresado por el número de monedas de la *torre* que ocupa cada lugar en ese cartón, o las que hicieron falta para *"llegar hasta ahí"*. Se corresponde con el lugar de orden que en el conjunto ocupa dicho cartón; existe, pues, plena correspondencia escritura - representación en el dispositivo. Una cantidad se expresa en una *fila de cartones*: tantos como cifras cuenta aquélla.

Las cuatro operaciones aritméticas se introducen intuitivamente, resultando incluso de valor práctico para el cálculo de la adición y sustracción en sus primeros estadios. Dos *filas* son suficientes para ejecutar la adición y sustracción, tres para la multiplicación y división. Con artificios o convenios muy sencillos, pueden emplearse para el tratamiento de números enteros positivos y negativos, decimales y fraccionarios, en no importa qué base de numeración.

Es importante la naturalidad con que van surgiendo los convenios de conversión de unidades y, por tanto, el *valor relativo* de las cifras. Asimismo, el concepto de *torre* proporciona una imagen ilustrativa del *tamaño* de las cantidades, relacionándola con la escritura decimal.

Sin embargo, no ofrecen una imagen sencilla o claramente representativa para cada cifra, ni configuraciones evocadoras para las cantidades.

Se ha efectuado una adaptación para su empleo con alumnos ciegos (FERNÁNDEZ DEL CAMPO, 1989), empleándose habitualmente en el C.R.E. Antonio V. Mosquete (Madrid) para el trabajo en bases de numeración no decimal (Formación Profesional). No se ha ensayado como iniciación operatoria para los niveles elementales de enseñanza de alumnos ciegos; en cualquier caso, parece no reunir condiciones a tal fin (puede ser debido a las características del diseño de adaptación):

La introducción de las monedas o elementos móviles y su manipulación resultan lentas y difíciles de controlar. Las configuraciones resultantes son excesivas para su exploración háptica, y, como se ha dicho, no parecen generar imágenes sencillas.

E) "CALCULADORA POSICIONAL" DE RICARDO GARCÍA SOLANO

Ideada por el español Ricardo García Solano, profesor de la Escuela de Formación del Profesorado de Fomento de Centros de Enseñanza (Madrid)., en transcurso de los años 80.

Consiste en una colección de casillas correspondiente a la numeración sucesiva, en principio, de 00 a 99, ordenada matricialmente por decenas en orden creciente; Cada casilla incorpora la escritura en pares de dígitos. Filas de casillas adicionales representan centenas, millares, etc. Peones o fichas de color sirven para determinar el número o casilla de la cantidad a representar; las cantidades superiores a la centena, por agregación -anteposición- de las casillas adicionales ocupadas.

El valor absoluto de cada dígito de la cantidad representada -dos cifras- se corresponde con las coordenadas -fila, columna- de la casilla. A su vez, esta correspondencia espacial también lo es dinámica o psicomotriz, a partir del origen o *0*. Para cantidades superiores a la centena, rige el valor de columna. El valor relativo lo proporciona la concomitancia posición de fila - verbalización.

Para cantidades pequeñas -hasta dos cifras-, existe identificación valor - posición - escritura. No obstante, pueden surgir dificultades para la relación de fila 0 y columna 0, si se subraya la comunicación verbal -no así en la práctica operatoria-.

Permite trabajar en el dominio completo de los números enteros -el signo se expresa mediante el color del peón-, con gran sencillez para cantidades pequeñas. Las cuatro operaciones aritméticas resultan muy accesibles, así como las cuestiones relacionadas con múltiplos, divisibilidad, etc.

El simple artificio de *ocultar una porción derecha conveniente en el cuadro* lo transforma en escenario de trabajo para otra base de numeración inferior a 10, permaneciendo invariantes las reglas operatorias.

No se ha efectuado su adaptación al uso por ciegos.

F) ÁBACOS

Como instrumento de cálculo, son, sin duda, los más antiguos que se conocen. Su empleo como material didáctico, sin embargo, no tiene lugar hasta que MONTESSORI en el último tercio del siglo pasado propone una versión tendente a poner en evidencia la escritura decimal.

En esencia, todos ellos consisten en una colección de varillas o alambres paralelos sujetos a un bastidor, en los que se contienen bolas o fichas deslizables y que pueden tener diferentes valores según los modelos. La variedad de éstos es muy numerosa, pero el prototipo es el *Sorobán*.

El *SOROBÁN*, o ábaco chino-japonés alcanza los dos mil quinientos años de antigüedad. Una varilla transversal divide perpendicularmente a todas las demás en dos segmentos; de éstos, uno contiene una única ficha, con valor *5*, y el otro cuatro fichas de valor *1*. Las fichas -biconvexas, para facilitar su manipulación de deslizamiento y reducir el ancho del dispositivo- toman valor al aproximarlas a la línea transversal; en cada varilla, por tanto, pueden obtenerse valores del *0* (todas las fichas alejadas) al *9*; correspondería al *valor absoluto*: el *valor relativo* vendría dado por el lugar de orden de la varilla.

Las configuraciones numéricas parecen generar imágenes, susceptibles incluso de manipulación intuitiva, más que lógica o numérica abstracta -según confesión de ciertos alumnos expertos e investigadores japoneses (véase: *Times Educational Supplement*, 22 de septiembre de 1995)-.

Permite realizar todas las operaciones aritméticas, pudiendo actuar sobre cantidades de gran tamaño, según el número de columnas. La velocidad operativa puede llegar a ser increíble, llegando a superar al trabajo con calculadora en operaciones simples (sumas).

Sus principales inconvenientes se hallan en el convencionalismo de sus reglas: valor adjudicado a las fichas según posición, regla de conversión a orden superior y valor relativo posicional; es decir: el funcionamiento básico del dispositivo y los propios de la escritura decimal. Por ende, no se reflejan resultados parciales, dificultándose la corrección de errores. No es extraño, pues, que se niegue su calidad didáctica como material de iniciación aritmética.

> Desde el punto de vista pedagógico, los ábacos son un material considerado de refuerzo, no de iniciación. El criterio posicional en que se apoyan debe ser aceptado por el niño sin ninguna razón que lo justifique. Una vez logrado esto, el ábaco es un modelo concreto que proporciona actuaciones paralelas y análogas a las que se hacen en el cálculo con lápiz y papel.
>
> Un poco de ejercicio con el ábaco permite apreciar su popularidad, ya que además de su gran sencillez de construcción y manejo proporciona una forma fácil y rápida de efectuar cálculos, sin necesidad de retener ningún dato o resultado parcial en la memoria. (GÓMEZ, 1988, 164).

No precisa adaptación alguna en su empleo por ciegos (HATTENDORF, 1979; DELLA BARCA y MONTENEGRO DE ROSELL, 1988; ROBLES, 1991). Se recomienda su utilización combinada con la escritura Braille, sirviéndose de la máquina Perkins (véase: MADRID y ROSA, 1996).

Tomando como antecedente el *ÁBACO RUSO* (MAZA 1990B, 88), el *ÁBACO MONTESSORI* disminuye en parte el convencionalismo de representación número-cifra, incluyendo diez bolas en cada varilla: se logra así -en parte- una identificación realidad física - número; pero se pierde la *necesidad de conversión* que impone el *Sorobán*, ya que introduce el convenio de *diez bolas en un alambre (alambre completo) se cambian por una* *bola en el alambre siguiente*. Persiste el factor de confusión que supone el conferir o no valor a las bolas en función de su emplazamiento. Los órdenes de unidades se resaltan mediante colores distintos, en busca de una identificación *color-orden-posición*.

El *Ábaco Montessori*, antaño común a la mesa de todos los maestros de Primaria, se encuentra hoy día en desuso.

El afán por buscar una aplicabilidad didáctica al ábaco ha llevado al diseño de formas verticales y abiertas, en las que el alumno va introduciendo bolas representativas de unidades (véase: GRUPO 0, 1997). Además de garantizar la participación del alumno -es él quien manipula, realizando representaciones y cálculos-, se logra la identificación realidad física - número, sin riesgos de confusión: en cada varilla sólo aparecen tantas bolas como indica el número; al mismo tiempo, se dispone de una imagen -configuración diagramática- de la cantidad (HERNÁN, 1987). Pero subsisten los problemas por el convenio de conversión y el valor posicional conferido por su lugar de orden.

Son poco recomendables con alumnos ciegos de corta edad: las bolas *se escapan* con gran facilidad, y el ensartado exige la localización táctil del orificio y un ingreso preciso en el alambre o varilla. El tamaño de las bolas influye contradictoriamente en las cualidades manipulativas del conjunto.

Para facilitar la producción, se han diseñado *ÁBACOS PLANOS* (GÓMEZ, 1988): sobre un papel, se sustituyen las varillas o alambres por *canales* verticales que contendrán monedas o fichas ordinarias. El carácter plano de éstas evita el rodamiento de las bolas, y se facilita todavía más la manipulación al no ser preciso su ensarte, como en los *ábacos verticales* (queda sustituido por deslizamientos sobre el papel). No se han realizado adaptaciones al uso por alumnos ciegos.

> El ábaco es un instrumento que facilita y enriquece el trabajo en el aula. Es un modelo del sistema posicional de los números que estimula la comprensión de los conceptos numéricos agrupación y posición. (...) Es uno de los materiales particularmente importantes a utilizar en el aula para el aprendizaje y comprensión del sistema decimal. (GRUPO 0, 1997, 2, 87-88).

Tal vez convenga llamar la atención sobre el hecho de que la mayoría de los materiales aquí traídos responde a la forma de *ábaco*: piezas móviles manipulables, con lugares limitados o asignados, que se repiten modularmente y que guardan una correspondencia posicional con los órdenes de unidades (la *Calculadora Posicional* de GARCÍA SOLANO constituye una excepción relativa). Las diferentes estructuraciones muestran distintos convenios de conversión de unidades a orden superior y orden-posición, definitorios de la escritura numérica posicional en base 10, a la par que intentan presentarlos de una forma *plástica*.

> Este trabajo de preparación al cálculo de columnas es importante por cuanto, hasta ese momento, la estructura mental aditiva del niño, no es por "paquetes": unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etc.; sino que es lineal, es el seguir contando en la escala numérica. Más o menos. (GÓMEZ, 1988, 166).

Es decir: los ábacos, en cualquiera de sus variantes, pretenden facilitar el paso de una estructura lineal a otra de carácter polinómico (por potencias de la base); o, si se quiere, de una estructura *escalar* a otra *vectorial* o *modular*... la escritura decimal implica una superación de las concepciones axiomáticas de PEANO y CANTOR.

Por lo expuesto, Se deduce que en la educación de alumnos ciegos nos hallamos en una situación de auténtica penuria de recursos didácticos para la iniciación al cálculo y su operatoria a nivel elemental. Del simple recuento de objetos se pasa a la presentación escrita en Braille o en dispositivos de cálculo, sin reflejo manipulativo de la operación realizada: el cálculo resulta ser en sí mismo una rutina mecánica simbólico-conceptual, desligada de la manipulación y significado físicos; en suma, mera combinatoria simbólica y abstracta.

La necesidad didáctica está clara: no se dispone de un material manipulativo, con el que el alumno ciego pueda establecer, de forma natural y participativa, la correspondencia realidad física - escritura decimal en Braille, descubra el significado real de las operaciones aritméticas y el cómo y por qué de unos algoritmos.